意思決定システムにおける最適化処理とリスク評価処理の時間配分の検討

Investigation of computation time distribution between optimization process and risk evaluation process for decision making system

手塚　大　　Tezuka Masaru

遺伝的アルゴリズムとモンテカルロシミュレーションを組み合せた意思決定システムでは，シミュレーション処理と最適化処理への時間配分の決定が重要となる。テークオーバー時間は遺伝的アルゴリズムの性能指標の一つであり，収束に要する時間を示す。このテークオーバー時間をもとにした選択効率という指標を導入し，最適な時間配分を検討した。数値実験により選択効率が最大のときに，最適化が最も速く進むことを確認した。この方法を意思決定支援ソリューションの分析，設計に適用することで，より良い意思決定案を得ることや，時間の制約が厳しい問題への適用することが可能となる。

1. はじめに

開発，製造，投資，経営に対する「予期しない悪い影響」を減らし，またそれらに事前に備えるためにリスク分析が注目されている[1]。リスクはチャンスの別の側面であり，リスクなくして利益を得ることはできない。しかし，リスクによる影響とチャンスから得られる利益の大きさを定量的に分析し，そのリスクが利益に見合うものであるかどうかを合理的に判断し意思決定する必要がある。

（株）日立東日本ソリューションズでは，このような利益とリスクの関係を最適化し意思決定を支援するシステム開発とソリューション提供を行っている[2−4]。定量的リスク評価にモンテカルロシミュレーション[5]を用い，その評価値を遺伝的アルゴリズム[6]を用いて最適化する。

モンテカルロシミュレーションにかける時間を増やすと評価精度が高くなるが，最適化処理にかけられる時間が減ってしまう。最適化処理にかける時間を増やすと，評価精度が低下し，誤った方向に最適化が進んでしまう可能性がある。したがって評価と最適化にどのように計算時間を配分するかが重要な課題である。

遺伝的アルゴリズムの性能指標の一つであるテークオーバー時間をもとにした「選択効率」という指標により最適な時間配分を検討する方法が著者らによって提案されている[7, 8]。本報告ではこの方法について解説し，実際のシステム開発やソリューションへの適用について簡単に触れる。

2. 遺伝的アルゴリズムとモンテカルロシミュレーション

遺伝的アルゴリズムは個体とよばれる計算単位が複数集まった集団によって最適化を行う。図 1 に最適化の流れを示す。はじめに個体の集団をランダムに初期化する。この集団中の全ての個体を評価し，その評価値に基づいて選択，交叉，突然変異を行い次の世代の集団を生成する。世代交代を繰り返すことによって最適な解を探索する。

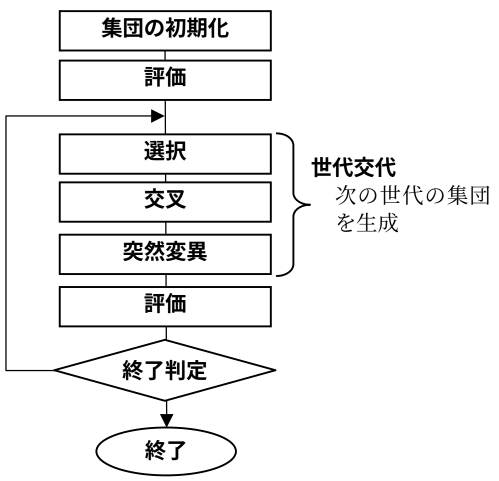

図 1 遺伝的アルゴリズムによる最適化

モンテカルロシミュレーションでは将来に起こるかもしれない仮想の状況をコンピュータ上でシミュレートする。例えば100個の異なる仮想の状況をシミュレートし，そのうち10の状況でプロジェクトの遅延が発生すれば，遅延発生確率は10%と予想される。また，100の状況で得られる利益の平均値が，将来の利益の期待値となる（図2）。

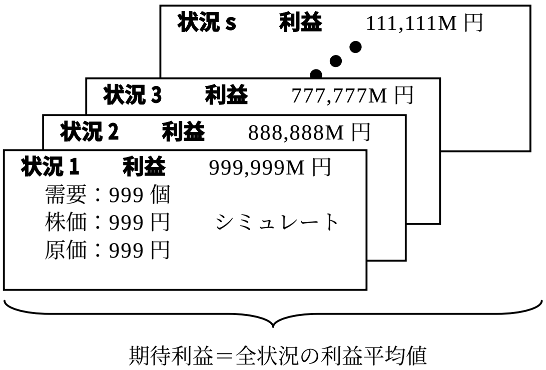

図 2 モンテカルロシミュレーション

遺伝的アルゴリズムの個体の評価にモンテカルロシミュレーションを用いる場合，個体ごとに多数の状況をシミュレートすることになる。遺伝的アルゴリズムの世代交代の数を t，集団中の個体の数を n とし，シミュレートする状況の数（以降サンプル数と呼ぶ）を s とすると，最適化全体では $n \times t \times s$ 回の状況のシミュレートが行われる。

3. 効率的な時間配分の検討

3.1 総計算時間の制約

遺伝的アルゴリズムで交叉，突然変異によって1個体を生成するのに要する時間を α（アルファ），またモンテカルロシミュレーションで1回の状況をシミュレートするのに要する時間を β（ベータ）とする。$\alpha = \kappa\beta$ とおくと，最適化に要する総計算時間 T_e は次式(1)で表される。ここで κ（カッパ）は α と β の大きさの関係を表すパラメータである。

$$T_e = nt(\alpha + s\beta) = nt(\kappa + s)\beta \qquad (1)$$

s を増やすと評価の精度が高まる。また，t を増やすとそれだけ多くの解の探索が行われる。しかし実用上，業務の制約により，計算に使える時間は限られている。そこで，サンプル数 s と世代交代数 t を適切に設定し計算時間の配分を決定する必要がある。

3.2 テークオーバー時間と選択効率

テークオーバー時間は遺伝的アルゴリズムの性能指標の一つとして用いられている。集団に選択のみを適用し，交叉や突然変異を行わない場合，集団は初期世代の最良個体のコピーで占められていく。この時，集団中の $n-1$ 個体が最良個体のコピーで占められる世代をテークオーバー時間と呼ぶ。トーナメント選択という選択を用いる場合のテークオーバー時間 t^* は次式で表される[9)]。

$$t^* = \frac{2}{2p-1}\log_2(n-1) \qquad (2)$$

ここで，p は評価の良い個体が正しく選択される確率である。

評価の精度が低いと選択に誤りが発生し，収束までの時間が遅くなる。選択が正しく行われる確率はサンプル数に依存するので，これを $p(s)$ とする。世代交代がどれだけ収束に近づいたかを世代交代数 t ÷テークオーバー時間 t^* で表すことができる。

$$\frac{t}{t^*} = \frac{2p(s)-1}{\kappa + s} \cdot \frac{T_e}{2\beta n \log_2(n-1)} \qquad (3)$$

ここで T_e，n，β は業務上の制約等により与えられているとすると，式(3)の第1項によって収束の度合いが定まる。簡単のために，α が β と比較して十分に小さく，$\kappa=0$ とみなせるとすると式(3)の第1項は次式(4)の η（イータ）となる。これを選択効率と定義する。

$$\eta = \frac{2p(s)-1}{s} \qquad (4)$$

選択効率 η が大きいほど，与えられた条件のもとで，選択が進み，より収束に近づくことを示す。つまり η が最も大きくなるようにサンプル数を決定すると，最も効率的な時間配分となる。

3.3 時間配分の検討

選択効率 η が最大となるサンプル数 s を決定するためには，評価の高い個体が正しく選択される確率 $p(s)$ が必要である。ここでは，意思決定の指標としてよく使われる利益の期待値と分散について考える。利益の期待値は，複数の仮想の状況で得られる利益の平均値で，将来得られる利益の推定値として用いられる。また，利益の分散はリスクの指標として用いられる。分散が大きければ，将来の利益のばらつきが大きくリスクが大きいことを示す。

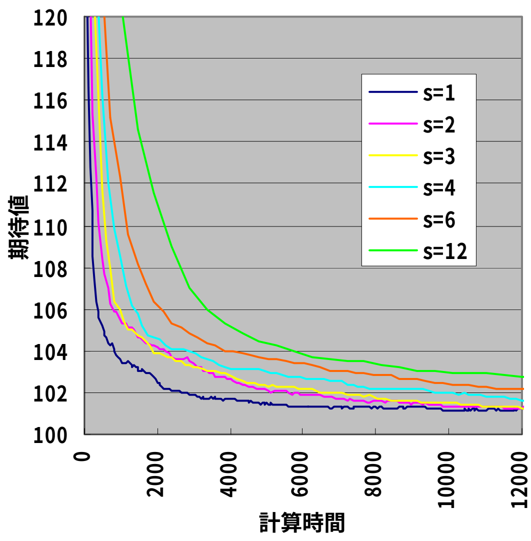

図 3 期待値の最小化（$\kappa = 0$）

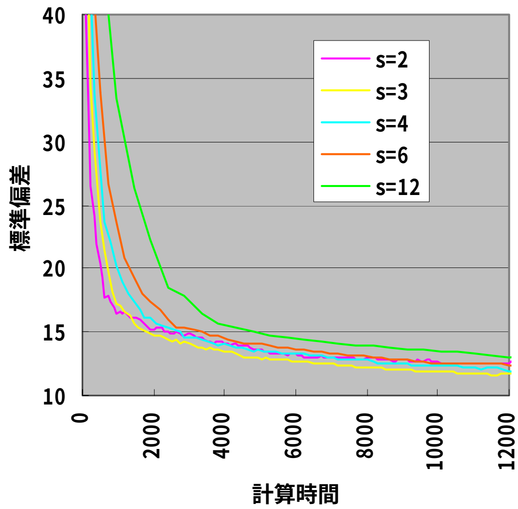

図 4 分散の最小化（$\kappa = 0$）

ある個体 i によって表される戦略案を実行した場合に，j 番目の仮想の状況で得られる利益額（以降サンプルと呼ぶ）を h_{ij} とすると，個体 i の案による利益の期待値の推定値 m_i と分散の推定値 v_i はそれぞれ式(5)，(6)で推定される。

$$m_i = \frac{1}{s}\sum_{j=1}^{s} h_{ij} \qquad (5)$$

$$v_i = \frac{1}{s-1}\sum_{j=1}^{s}\left(h_{ij} - m_i\right)^2 \qquad (6)$$

ここで，サンプル h_{ij} が正規分布 $N(\mu_i, \omega_i)$に従うとする。μ_i（ミュー）は利益の真の期待値，ω_i（オメガ）は真の分散である。

期待値について選択が正しく行われる確率は真の期待値の関係と，推定値の関係が，あるサンプル数で一致する確率であるから次のような条件付確率で表される。

$$p(s) = P\left(m_i < m_j \middle| \mu_i < \mu_j, s\right) \qquad (7)$$

式(7)で表される確率 $p(s)$は正規分布に従う。この $p(s)$を式(4)に代入すると，s=1 で選択効率が最大となる。

また，分散について選択が正しく行われる確率も同様に，次式で表される。

$$p(s) = P\left(\frac{v_i}{v_j} < 1 \middle| \frac{\omega_i}{\omega_j} < 1, s\right) \qquad (8)$$

式(8)で表される確率 $p(s)$は F 分布に従う。真の分散の比が小さい場合，s=2 または 3 で選択効率が最大となる。

つまり，最適化目的が期待値の場合にはサンプル数を 1 に，分散の場合には 2 か 3 にすると，最も効率の良い計算時間配分になる。

4.　数値実験

数値実験により，最適な時間配分（サンプル数）の確認を行った。サンプルが正規分布に従うモンテカルロシミュレーションモデルを用いた。期待値の最小化の結果を図 3 に，分散の最小化の結果を図 4 に示す。横軸は計算時間，縦軸がそれぞれ期待値，標準偏差（分散の平方根）を示す。サンプルが正規分布に従う場合，期待値の最小化ではサンプル数が 1 の時に最も早く最適化が進んでいる。また，分散の最小化では初めサンプル数 2 が早く，後からサンプル数 3（点線）が最も早くなる。前節で検討したとおりの結果となっている。

前節では簡単のために $\kappa = 0$ とおいたが，$\kappa = 1$ と 10 の場合についての実験結果を図 5〜8 に示す。κ が大きくなると，最適化効率が高くなるサンプル数は次第に大きくなっていく。モンテカルロシミュレーションのモデルが複雑になるほど κ は小さくなる。

5.　システム開発への適用

現在のモンテカルロシミュレーションを用いた意思決定システムではサンプル数（製品によってはイテレーシ

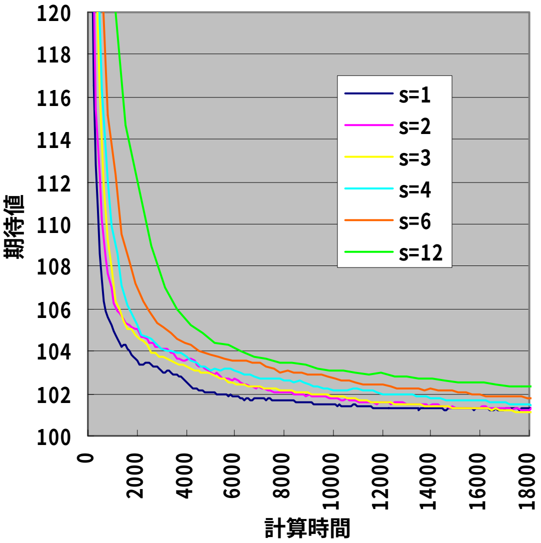

図 5　期待値の最小化（$\kappa = 1$）

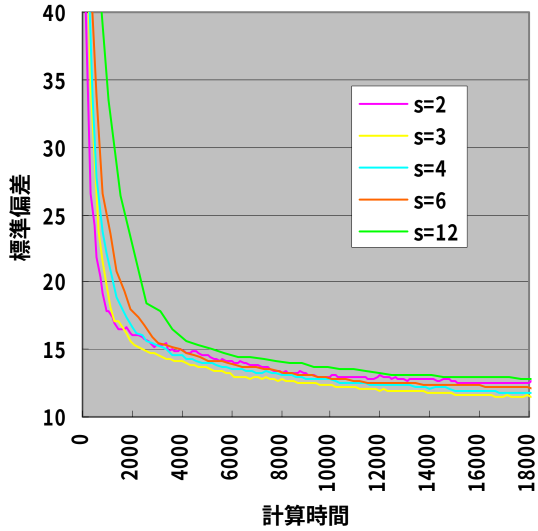

図 6　分散の最小化（$\kappa = 1$）

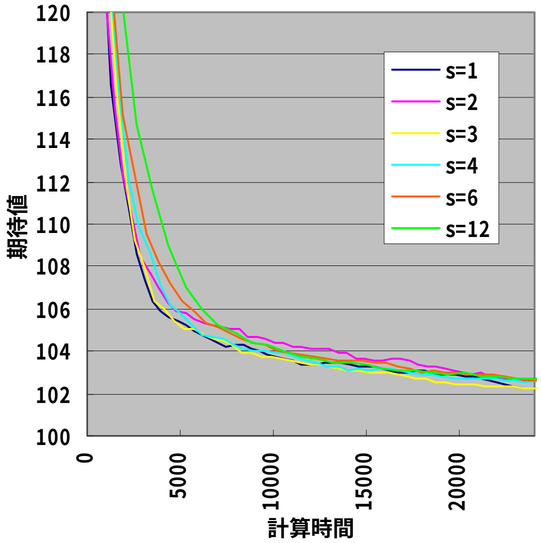

図 7　期待値の最小化（$\kappa = 10$）

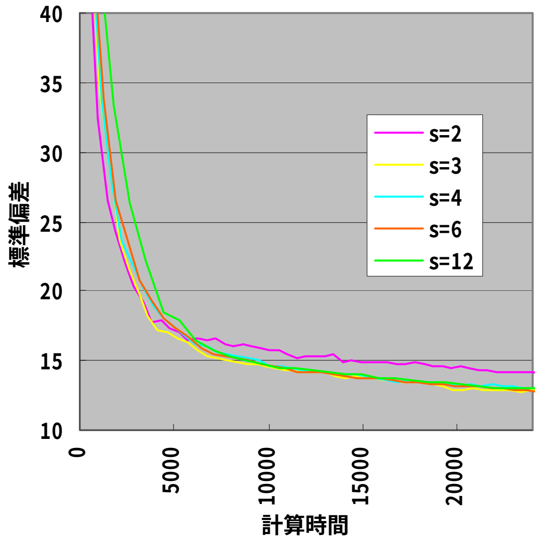

図 8　分散の最小化（$\kappa = 10$）

ョン数ということもある）を 100 から 1000 という大きな値に設定している。前節までに述べたように，最適化の過程ではこの数を 1 から 3 と大幅に小さくできる。したがって，同じ計算時間でもより良い解，意思決定案を得ることが可能となる。また実務上の計算時間制約により従来は適用できなかった案件にも，ソリューションを適用することが可能となる。

　最終的な解は高い精度が必要なので，図 9 に示すように処理全体を最適化ステージと最終評価ステージに分ける。最適化ステージでは少ないサンプル数で評価を行い，最後に最終評価ステージで最終世代の集団に含まれる全ての個体に対して必要な精度を得られる大きなサンプル

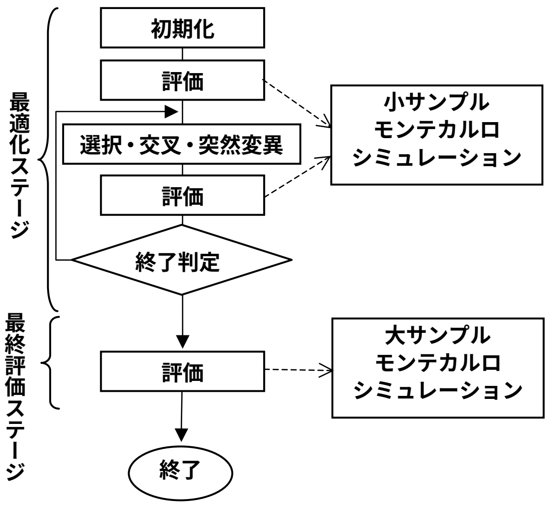

図 9 最適化フェーズと最終評価フェーズ

数で評価を行う。

本報告では k =0 とし，サンプルが正規分布に従うなどの多くの仮定を置いた。実際のソリューションではこれらについてシステム分析の段階で実測した上で，選択効率最大となる時間配分を決める必要がある。簡単化のための仮定を取り除き，実測値を用いる場合，解析的にサンプル数を求めるのは困難であるが，ニュートン法などの反復解法で求めることができる。

6. おわりに

遺伝的アルゴリズムとモンテカルロシミュレーションを用いた意思決定支援ソリューションでは，評価と最適化への時間配分が重要となる。遺伝的アルゴリズムの性能指標の一つであるテークオーバー時間をもとに，選択効率という指標を考案し，選択効率が最大となる時間配分（サンプル数）を求めた。また数値実験によりこれを確認した。

実際のソリューションへの適用ではいくつかのパラメータについて，システム分析段階で実測し，最適な時間配分を決定する。これにより，より良い意思決定案を得ることや，時間の制約が厳しい問題への適用することが可能となる。

7. 謝辞

本報告は，筆者が北海道大学大学院工学研究科の社会人学生として実施中の研究の一部である。ご指導いただいている北海道大学情報基盤センターの赤間清教授ならびに棟朝雅晴助教授に感謝いたします。

参考文献

1) カーメン他：リスク解析学入門，シュプリンガー・フェアラーク東京，2001
2) 手塚他：リスクシミュレーションと遺伝的アルゴリズムによる与信ポートフォリオ最適化，日立 TO 技報 8 号，pp. 12－17，2002
3) 澤田他：不確実性下の意思決定のためのリスク分析手法，日立 TO 技報 8 号，pp. 58－64，2002
4) 手塚他：不確実性下の供給リスク最適化システム Frontum/SP，日立 TO 技報 9 号，pp. 13－17，2003
5) 津田:モンテカルロ法とシミュレーション，培風館，1995
6) Goldberg ： Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning，Addison-Wesley，1989
7) 手塚他：推定誤差を有する適応度関数の実数値遺伝的アルゴリズムによる最適化，第 3 回情報科学技術フォーラム講演論文集第一分冊，A-24，2004
8) Tezuka 他：Selection Efficiency and Sampling Error on Genetic Algorithms Optimization Under Uncertainty，Proc. 5th Intl. Conf. Simulated Evolution and Learning，2004
9) Goldberg 他：A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms，Foundation of Genetic Algorithms，Morgan Kaufman，1991

手塚　大　　　　1994 年入社
研究開発部 研究開発グループ
意思決定支援，リスク分析，最適化技術の研究，開発
tezuka@hitachi-to.co.jp